
Permutations aléatoires, plus longues sous-suites croissantes et permutons

Victor Dubach*¹

¹Institut Élie Cartan de Lorraine – Université de Lorraine, Centre National de la Recherche Scientifique, Centre National de la Recherche Scientifique : UMR7502 – France

Résumé

Une sous-suite croissante d'une permutation σ de $\{1, \dots, n\}$ est une suite d'indice $i_1 < \dots < i$ dont l'ordre relatif est préservé par la permutation, i.e. $\sigma(i_1) < \dots < \sigma(i)$. On note $\text{LIS}(\sigma)$ la longueur maximale d'une telle suite. Une question simple est alors celle du comportement "typique" de $\text{LIS}(\sigma)$ quand $n \rightarrow \infty$. Une première réponse a été donnée par Vershik et Kerov en 1977, qui ont prouvé que si σ_n est aléatoire uniforme parmi les permutations de taille n alors $\text{LIS}(\sigma_n) \sim 2\sqrt{n}$.

Indépendamment, la théorie des permutons a été introduite comme limite d'échelle des permutations. Un aspect fondamental de cette théorie est que chaque permuton définit un modèle de permutations aléatoires qui lui est propre. Ces modèles ont de bonnes propriétés, sont agréables à étudier, et peuvent approximer d'autres modèles plus classiques de permutations aléatoires. Quand le permuton est "suffisamment régulier", l'asymptotique de LIS s'apparente au cas uniforme. Dans cet exposé, j'introduirai ces notions et présenterai des résultats sur le comportement asymptotique de LIS quand le permuton n'a pas autant de régularité.

*Intervenant